

**DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE
UNA VIGA EN CONCRETO USANDO MODELADO Y
SIMILITUD MEDIANTE EL TEOREMA PI DE BUCKINGHAM**

**LEIDY CAROLINA HERNANDEZ MARTINEZ
ANDRES FELIPE PINTO MEZA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
ESCUELA DE INGENIERÍAS
UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA**

BUCARMANGA, marzo 02 de 2017

**DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE
UNA VIGA EN CONCRETO USANDO MODELADO Y
SIMILITUD MEDIANTE EL TEOREMA PI DE BUCKINGHAM**

**LEIDY CAROLINA HERNANDEZ MARTINEZ
ANDRES FELIPE PINTO MEZA**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
INGENIERO CIVIL**

Director: NICOLAS BAYONA

Ingeniero Civil

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
ESCUELA DE INGENIERÍAS
UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA**

BUCARMANGA, marzo 02 de 2017

DEDICATORIA

A Dios por darme unos padres maravillosos y a mi familia
que siempre han sido un apoyo incondicional en mi vida.

Andrés Felipe Pinto Meza

A Dios por su infinita misericordia y a mi familia.

Leidy Carolina Hernandez Martínez

AGRADECIMIENTOS

A mis padres por el amor, el apoyo y sacrificio de todos estos años de vida.

A mi hermano, por su ayuda en los momentos difíciles.

Al profesor Nicolás Bayona por su compromiso para que la realización de este proyecto fuera posible.

Al profesor Ludwing Pérez por esta gran idea y por su valiosa ayuda.

A Leidy Carolina por su gran esfuerzo para concretar este proyecto que decidimos iniciar juntos.

Andrés Felipe Pinto Meza

A mis padres por su infinito amor y apoyo, a mi hermano y sobrinos por ser el motor para avanzar cada día más.

A los profesores Nicolás Bayona y Ludwing Pérez por su guía y apoyo durante este proceso.

A Andrés Felipe por su constancia y dedicación para culminar este proyecto.

A todos aquellos amigos que hicieron parte de este importante proceso.

Leidy Carolina Hernández Martínez

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCION.....	8
2. OBJETIVOS	11
2.1. Objetivo General.....	11
2.2. Objetivos Específicos	11
3. TEORIA DE DIMENSIONAMIENTO	12
3.1. Metodología de Dimensionamiento	12
3.2. Análisis Dimensional	12
3.3. Similitud	13
3.4. Factores de escala	14
3.5. Efectos de Escala.....	16
4. PROCEDIMIENTO MATEMATICO.....	17
4.1. Dimensiones.....	17
4.1.1. Planteamiento dimensional de las cantidades Físicas	17
4.1.2. Cantidades Físicas y Dimensiones para Modelos Estructurales	18
4.2. Términos π	18
4.2.1. Procedimiento para determinar los Parámetros π para el Modelo Estructural.....	18
4.3. Factores de escala para modelos estructurales	21
4.4. Reducción del modelo a escala.....	23
4.4.1. Reducción geométrica del modelo.....	24
4.4.2. Reducción dinámica del modelo.....	25
4.4.3. Esfuerzo a compresión del cilindro reducido	26
4.5. Dimensionamiento del modulo de rotura	26
4.6. Reducciones en otras escalas.....	27
5. SIMULACION MEDIANTE SOFTWARE COMPUTACIONAL	28
5.1. Características del modelo a escala real y reducida	28
5.2. Análisis del modelo real por medio del software SAP2000.....	29
5.3. Análisis del modelo reducido por medio del software SAP2000	31
5.4. Determinación de la deflexión para la viga a escala real y reducida mediante SAP2000	33
5.4.1. Porcentaje de deformación para la viga a escala real y reducida	34
5.5. Determinación del módulo de elasticidad mediante el diagrama esfuerzo- deformación.....	35

5.5.1. Porcentaje de error para el módulo de elasticidad.....	39
6. CONCLUSIONES.....	40
7. RECOMENDACIÓN.....	40
8. BIBLIOGRAFIA.....	41
9. ANEXOS.....	43
9.1. ANEXO A CLASIFICACIÓN DEL MATERIAL.....	43
9.2. ANEXO B ENSAYO DE RESISTENCIA A LA COMPRESION.....	47
9.3. ANEXO C ANÁLISIS DEL ENSAYO A FLEXIÓN.....	49
9.4. ANEXO D TABLAS PARA LA DETERMINACION DEL MODULO DE ELASTICIDAD.....	51

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Cantidades Físicas.....	12
Tabla 2. Variables.....	13
Tabla 3. Cantidades y Dimensiones para Modelos Estructurales.....	18
Tabla 4. Reducciones.....	26
Tabla 5. Modulo de Rotura- Vigas Reducidas.....	27
Tabla 6. Dimensiones de modelos a escalas reducidas.....	27
Tabla 7. Valores de deflexión para las diferentes reducciones analizadas en SAP 2000.....	34
Tabla 8. Variación de la Deflexión entre la viga a escala real y las vigas reducidas.....	34
Tabla 9. Porcentaje de error del Módulo de Elasticidad.....	39

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Dimensiones del Prototipo a Escala Real.....	28
Figura 2. Dimensiones del Prototipo a Escala Reducida.....	28
Figura 3. Sección transversal Viga Real.....	29
Figura 4. Viga Real Cargada	30
Figura 5. Deflexión de la Viga Real	30
Figura 6. Diagrama de cortante para la Viga Real	30
Figura 7. Diagrama de Momento para la Viga Real.....	31
Figura 8. Sección transversal Viga Reducida.....	31
Figura 9. Viga Reducida Cargada.....	32
Figura 10. Deflexión de la Viga Reducida	32
Figura 11. Diagrama de cortante para la Viga Reducida.....	33
Figura 12. Diagrama de Momento para la Viga Reducida.....	33
Figura 13. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga en dimensión Real	35
Figura 14. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.5	36
Figura 15. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.4	36
Figura 16. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.3	37
Figura 17. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.25	37
Figura 18. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.2	38
Figura 19. Gráfica de compilación esfuerzo-deformación para la viga real y sus reducciones	38

RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

TITULO: DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE UNA VIGA EN CONCRETO USANDO MODELADO Y SIMILITUD MEDIANTE EL TEOREMA PI DE BUCKINGHAM

AUTOR(ES): LEIDY CAROLINA HERNÁNDEZ MARTÍNEZ
ANDRÉS FELIPE PINTO MEZA

FACULTAD: Facultad de Ingeniería Civil

DIRECTOR(A): NICOLÁS ANDRÉS BAYONA CESARINO

RESUMEN

La necesidad de optimizar los ensayos para elementos estructurales debido al costo elevado de los materiales y el espacio necesario para la utilización de las maquinas, genera la implementación de una metodología de dimensionamiento, la cual permite determinar parámetros adimensionales que ayudan a diseñar elementos que tengan un comportamiento elástico y semejante. Para ello es importante realizar un adecuado análisis dimensional donde se parte de las variables fundamentales, que en el caso de procedimientos estructurales son tomadas como variables gravitacionales para la determinación de los parámetros π descritos en el teorema de Buckingham; estos parámetros sirven de base para hallar los factores de escala, los cuales llevan a la adecuada reducción geométrica y dinámica de la viga en concreto no reforzado. Estas especificaciones están descritas de forma teórica y práctica en los capítulos uno y dos respectivamente. Finalmente, se realiza un análisis del comportamiento que tiene la viga a escala real en concreto no reforzado y simplemente apoyada, con la viga reducida la cual es estudiada mediante un software computacional, donde ambos modelos son sometidos a cargas de flexión.

PALABRAS CLAVES:

Parámetros Adimensionales, Factores de Escala, Escalamiento.

V° B° DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO

GENERAL SUMMARY OF WORK OF GRADE

TITLE: DETERMINATION OF THE FLEXURAL STRENGTH OF A CONCRETE BEAM USING MODELING, AND SIMILARITY THROUGH THE BUCKINGHAM'S PI-THEOREM

AUTHOR(S): LEIDY CAROLINA HERNÁNDEZ MARTÍNEZ
ANDRÉS FELIPE PINTO MEZA

FACULTY: Facultad de Ingeniería Civil

DIRECTOR: NICOLÁS ANDRÉS BAYONA CESARINO

ABSTRACT

The need to optimize the tests for structural elements due to the high cost of the materials, and the necessary space for the use of the machines, generates the implementation of a dimensioning methodology, which allows to determine dimensionless parameters that help to design elements that have elastic and similar behavior. In order to do this, it is important to perform an adequate dimensional analysis where one starts from the fundamental variables, which for the case of structural procedures are taken as gravitational variables for the determination of the Pi parameters described in Buckingham's theorem; these parameters serve as a base for finding scaling factors, which lead to the adequate geometric and dynamic reduction of the beam in plain concrete. These specifications are described theoretically and practically in chapters one and two respectively. Finally, we did an analysis of the behavior of the real scale beam in plain concrete, and simply supported, with the reduced beam, which is studied by a computational software, where both models are subjected to loads of flexion.

KEYWORDS:

Dimensionless Parameters, Scaling Factors, Scaling.

V° B° DIRECTOR OF GRADUATE WORK

1. INTRODUCCION

El estudio de las estructuras en concreto es una actividad importante debido a las catástrofes que se pueden generar por factores externos. Es necesario que se realicen pruebas piloto sobre modelos a escala reducida que ayuden a estimar el comportamiento de dichas estructuras, ante cualquier fuerza que actúe sobre ellas. De igual forma la implementación de estos modelos permite reducir los costos en las investigaciones, debido a que los materiales empleados para la fabricación de las estructuras a escala reducida se pueden disminuir drásticamente y a su vez, pueden ayudar a entender los conceptos relacionados, desde un punto de vista académico.

En este trabajo se hace un análisis y se plantea una metodología para evaluar una viga simplemente apoyada de concreto no reforzado, reproduciéndola a escala reducida mediante el teorema PI de Buckingham. Con ayuda de un software computacional se hará el análisis del modelo a escala reducida para finalmente compararlo con el modelo real.

La realización de este estudio de vigas sometidas a flexión permite dar un avance en el uso de nuevas técnicas para la elaboración de ensayos estructurales a menores costos y con equipos de laboratorio que no requieren mayor espacio; ayudando así a que el estudio de elementos estructurales sea de mayor accesibilidad.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo General

Comparar los resultados obtenidos por los ensayos a flexión realizados a una viga a escala real según los parámetros establecidos en la norma INV E - 402 – 13 e INV E - 414 – 13, con una viga modelada mediante una herramienta computacional basada en el teorema PI de Buckingham.

2.2. Objetivos Específicos

- Desarrollar el proceso del teorema Pi de Buckingham para determinar la resistencia a la flexión del modelo a escala.
- Elaborar un elemento viga de concreto no reforzado a escala real usando los criterios establecidos en la norma INV E - 402 – 13 e INV E - 414 – 13 y modelar una viga a escala reducida mediante el teorema PI por medio de un software computacional.
- Comparar los resultados de la viga ensayada en concreto no reforzado con la viga modelada en el software para determinar la fiabilidad de los resultados.

3. TEORIA DE DIMENSIONAMIENTO

3.1. Metodología de Dimensionamiento

Para realizar el dimensionamiento de cualquier estructura, primero es necesario establecer los parámetros adimensionales, según las variables físicas que gobiernan el fenómeno en estudio.

Los parámetros adimensionales sirven para agrupar variables involucradas en un fenómeno físico, dichas variables forman una dimensión de grado uno (1). Para definir los parámetros adimensionales es importante mostrar las magnitudes fundamentales, las principales o de mayor uso son masa (M), longitud (L) y tiempo (T).

La tabla No 1.1 muestra las cantidades físicas relevantes para el dimensionamiento de elementos estructurales.

CANTIDAD	UNIDAD
Longitud	L
Fuerza	F
Masa	$F L^{-1} T^2$
Esfuerzo	$F L^{-2}$
Deformación unitaria	1
Aceleración	$L T^{-2}$
Desplazamiento	L
Relación de Poisson's	1
Módulo de elasticidad	$F L^{-2}$

Tabla 1. Cantidades Físicas

3.2. Análisis Dimensional

La finalidad del análisis dimensional es la agrupación de parámetros adimensionales además de la reducción del número de ensayos, ya que reduce el número de variables independientes presentes en un fenómeno en estudio.

El análisis dimensional contempla los parámetros adimensionales y expresa el problema en función de todos los parámetros, por eso se dice que “*Toda cantidad física tiene unidades características*” y a la combinación se denomina análisis dimensional (*Análisis Dimensional, s.f.*).

Para realizar un adecuado análisis dimensional es importante tener conocimiento de las variables que se presenta en el fenómeno de estudio. La tabla No 1.2 muestra

algunos de los tipos de variables que pueden presentarse según su geometría, su dinámica o cinemática.

GEOMÉTRICO	CINEMÁTICO	DINÁMICO
Longitud	Velocidad Lineal	Densidad
Diámetro	Velocidad Angular	Peso Especifico
Áreas	Rotaciones	Tensión
Momentos de Inercia	Aceleración Lineal	Potencia
	Aceleración Angular	Torque
		Resistencia

Tabla 2. Variables

Fuente: Autoría Propia.

El análisis dimensional se define también como la combinación de las características de las cantidades físicas (*Análisis Dimensional, s.f.*). Por lo tanto, cualquier cantidad física puede descomponerse de la siguiente forma, donde las letras en mayúscula denotan las magnitudes fundamentales y las letras en minúscula los exponentes de las cuales deben ser elevados las dimensiones.

$$[X] = L^l M^m T^t \quad [1.1]$$

Recomendaciones para el uso de análisis dimensional:

- I. No es necesario colocar las dimensiones que posean exponente cero.
- II. Al realizar un análisis dimensional se debe partir de que ecuaciones intervienen en el fenómeno físico y cual o cuales de las variables independientes sirven como base para dejar en función de las otras
- III. Se debe expresar la función sin fracciones, es decir si se presenta un denominador debe simbolizarse con exponente negativo.

3.3. Similitud

Para encontrar similitud en un prototipo a escala con uno de dimensión real se debe presentar similitud geométrica y dinámica.

- Similitud Geométrica: Se produce cuando los valores de todas las dimensiones de un prototipo al ser reducidas o amplificadas se presentan en la misma proporción.

En la similitud geométrica se establece que las dimensiones entre el prototipo a escala y el elemento en tamaño real presentan una semejanza entre las correspondientes dimensiones lineales, analíticamente se expresa de la siguiente forma:

$$\varepsilon = \frac{L_m}{L_p} \quad [1.2]$$

Donde:

$\varepsilon = \text{escala}$

$L_p = \text{representación del prototipo a escala}$

$L_m = \text{representación del modelo en tamaño real}$

Donde L está dada en las dimensiones X, Y, Z (largo, ancho y profundo o las que sean necesarias dependiendo del elemento), entonces:

$$\varepsilon = \frac{X_m}{X_p} \quad \varepsilon = \frac{Y_m}{Y_p} \quad \varepsilon = \frac{Z_m}{Z_p} \quad [1.3]$$

La similitud geométrica nos muestra como cada distancia es dimensionada a la misma escala, por lo tanto, se presenta una relación directa entre ellas, además de como los estudios de los elementos proporcionan datos físicos de la geometría de interés. (Dieterich y Richard, 1977)

- **Similitud Dinámica:** Permite que un prototipo que tenga similitud geométrica posea una correspondencia en su comportamiento. La similitud dinámica se dedica al estudio de la correlación que existe entre las variables que intervienen un fenómeno los cuales están agrupados en parámetros adimensionales.

3.4. Factores de escala

Los factores de escala se derivan de igualar el término π del modelo con el del prototipo, para ello es importante definir los parámetros necesarios en el dimensionamiento a escala, es necesario que dichos parámetros sean seleccionados cuidadosamente ya que algunas cantidades físicas están en función de otras, lo que haría más tedioso el trabajo.

Para deducir los términos π más convenientes y establecer las ecuaciones necesarias en el estudio que se realizará, es recomendable seguir los siguientes pasos:

1. Determinar que variables se presentan en el problema a estudiar.
2. Calcular la expresión de forma dimensional donde van las variables ya determinadas y número de dimensiones o variables fundamentales.
3. Determinar el número de parámetros independientes mediante la ecuación $I = N - R$ [1.4]
4. Realizar un cuadro donde se especifique las dimensiones básicas presentes en cada expresión y seleccionar un grupo de variables que incluya todas las dimensiones implícitas (es decir las expresiones que tengan mayor repetitividad y combinación de variables.).
5. Generar la cantidad de parámetros independientes y comprobar que cada uno de ellos poseen dimensión 1.

Seguido de la determinación de los términos π se procede a determinar los factores de escala, los cuales se derivan de la ecuación [1.5]

$$\pi_m = \pi_p \quad [1.5]$$

Partiendo de la igualdad [1.5], denotamos que el factor de escala se presenta como la relación entre la cantidad física del prototipo sobre la cantidad física del modelo, para cada termino π determinado con anterioridad.

$$S_i = \frac{i \text{ prototipo}}{i \text{ modelo}} \quad [1.6]$$

Donde:

S: factor de escala

I: cantidad

Como lo plantea Vides de la Hoz (2006), los factores de escala están en función de las siguientes variables independientes: aceleración, módulo de elasticidad y longitud las cuales se presentan fundamentales para el análisis estructural como:

$$S_Q = S_l S_E \quad S_\varepsilon = 1 \quad S_M = S_l^2 S_E / S_a \quad [1.7]$$

Es importante destacar que para lograr una similitud entre el prototipo y el modelo real es necesario que el factor de módulo de elasticidad sea igual a 1, ya que esto garantiza que los esfuerzos sean equivalentes.

3.5. Efectos de Escala

Cuando es reducido el espécimen se puede presentar un aumento en la resistencia, con lo que se debe tener precaución porque si el modelo para determinar la capacidad de carga última involucra estos cambios, es posible tener una predicción errónea en la resistencia del prototipo. Las variaciones de resistencia en los especímenes de igual forma, pero diferente tamaño como lo menciona de la Hoz (2006) son causados por los siguientes factores:

1. La variación presente en el curado y secado de los diferentes tipos y tamaños de especímenes.
2. Los cambios de materiales para la construcción de elementos reducidos, generando variaciones en las densidades y en la cantidad de agua necesaria para la elaboración del prototipo.
3. Variaciones presentes en las condiciones que producen los esfuerzos y la resistencia como resultado del volumen.

4. PROCEDIMIENTO MATEMATICO

4.1. Dimensiones

Las dimensiones fundamentales mencionadas en el capítulo anterior son tomadas como Masa (M), Longitud (L) y Tiempo (T), las cuales son llamadas sistemas absolutos; por otra parte, para sistemas mecánicos las cuales son tenidas en cuenta por la segunda ley de Newton son tomadas como Fuerza (F), Tiempo (T) y Longitud (L).

Estos sistemas mecánicos son llamados sistemas de unidades gravitacionales, los cuales son utilizados para el análisis estructural de la viga.

4.1.1. Planteamiento dimensional de las cantidades Físicas.

Para hallar los términos π más convenientes es necesario establecer las dimensiones de las variables físicas involucradas en el fenómeno de estudio, en este proceso se usan las dimensiones fundamentales descritas anteriormente. Al plantear la dimensión de las cantidades físicas se requiere desglosar dicha cantidad en un producto de dimensiones fundamentales como se muestra en las ecuaciones [2.1]

$$v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{L^1}{T^1} = L^1 T^{-1} \quad [2.1]$$

$$a = \frac{\text{velocidad}}{\text{tiempo}} = \frac{v^1}{T^1} = \frac{L^1 T^{-1}}{T^1} = L^1 T^{-2} \quad [2.2]$$

$$\text{Módulo de Elasticidad} = ML^{-1}T^{-2} \quad \text{ó} \quad FL^{-2} \quad [2.3]$$

El primer producto presente en la ecuación [2.3] corresponde al sistema absoluto, mientras que el segundo pertenece al sistema gravitacional. Esta forma de expresar las cantidades físicas es análoga a las unidades establecidas por el sistema internacional. Según las unidades de las cantidades físicas se establece un producto de las dimensiones fundamentales.

Es de gran importancia seleccionar las variables más relevantes como se muestran en la tabla 2.1.

4.1.2. Cantidades Físicas y Dimensiones para Modelos Estructurales

Para el estudio de modelos estructurales se plantean las siguientes variables, cuya dimensión se expresa en función de las dimensiones fundamentales como se presenta en la Tabla 2.1

Ecuación No.	Variable	Símbolo	Sistema	
			Absoluto	Gravitacional
1	Fuerza	F	MLT^{-2}	F
2	Masa	M	M	$FL^{-1}T^{-2}$
3	Longitud	L	L	L
4	Deformación Unitaria	ε	1	1
5	Desplazamiento	δ	L	L
6	Aceleración Lineal	A	LT^{-2}	LT^{-2}
7	Módulo de Elasticidad	E	$ML^{-1}T^{-2}$	FL^{-2}
8	Esfuerzo	σ	$ML^{-1}T^{-2}$	FL^{-2}
9	Relación de Poisson	ν	1	1

Tabla 3. Cantidades y Dimensiones para Modelos Estructurales

4.2. TERMINOS π

4.2.1. Procedimiento para determinar los Parámetros π para el Modelo Estructural

- ✓ Las cantidades físicas utilizadas para el análisis estructural se presentan en la tabla 2.1
- ✓ Para la determinación de la cantidad de números π , se tienen en cuenta el número de variables físicas mostradas en la tabla 2.1 y el número de dimensiones fundamentales (sistema gravitacional).

N = cantidades físicas = 9

R = Dimensiones Fundamentales= F, M, L = 3

I = Numero de términos PI.

$$I = N - R = 9 - 3 = 6 \quad [2.4]$$

Se determina que la cantidad de parámetros adimensionales π es de 6.

- ✓ Determinar que las cantidades físicas expresadas en las cantidades fundamentales sean dimensionalmente independientes, para esto se debe hallar el determinante de una matriz formada con los exponentes de las ecuaciones en cuestión, donde el determinante debe ser diferente de cero.

Se toman aleatoriamente las ecuaciones 7, 8 y 9 para hallar el determinante y evidenciar si las cantidades son o no dimensionalmente independientes.

$$\text{Ecuacion 7} \quad E = FL^{-2} \quad \rightarrow \text{Modulo de Elasticidad}$$

$$\text{Ecuacion 8} \quad \sigma = FL^{-2} \quad \rightarrow \text{Esfuerzo}$$

$$\text{Ecuacion 9} \quad \nu = 1 \quad \rightarrow \text{Relacion de Poisson}$$

En la matriz mostrada a continuación los valores de x, y, z representan los exponentes de las dimensiones fundamentales Fuerza, Longitud y Tiempo.

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

Si se toma una ecuación como la relación de Poisson o deformación unitaria el determinante es cero, debido a que ninguna de las dos ecuaciones posee dimensiones fundamentales, por ende, estas no se deben tener en cuenta para la determinación de las cantidades dimensionalmente independientes.

Por ello, se llega a que los números π para las ecuaciones mencionadas anteriormente se expresan como:

$$\pi_1 = \varepsilon \quad \pi_2 = \nu$$

Para garantizar que los parámetros sean dimensionalmente independientes, se halla el determinante con las siguientes ecuaciones:

$$\text{Ecuacion 2} \quad M = FL^{-1}T^{-2} \quad \rightarrow \text{Masa}$$

$$\text{Ecuacion 5} \quad \delta = L \quad \rightarrow \text{Desplazamiento}$$

$$\text{Ecuacion 6} \quad A = LT^{-2} \quad \rightarrow \text{Aceleración lineal}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} = -2$$

Como el determinante es diferente de cero las cantidades físicas son dimensionalmente independientes y se procede a calcular las relaciones dimensionales de las cantidades restantes en términos de la *Ecuacion 2*, *Ecuacion 5* y *Ecuacion 6*.

$$F = \frac{\text{Ecuacion 2} * (\text{Ecuacion 5})^2}{\text{Ecuacion 6}} \quad [2.5]$$

$$L = \text{Ecuacion 5} \quad [2.6]$$

$$T = \sqrt{\frac{\text{Ecuacion 5}}{\text{Ecuacion 6}}} \quad [2.7]$$

$$\text{Ecuacion 1}' = F = \frac{\text{Ecuacion 2} * (\text{Ecuacion 5})^2}{\text{Ecuacion 6}} \quad [2.8]$$

$$\text{Ecuacion 3}' = L = \text{Ecuacion 5} \quad [2.9]$$

$$\text{Ecuacion 4}' = 1 \quad [2.10]$$

$$\text{Ecuacion 7}' = E = FL^{-2} = \frac{\text{Ecuacion 2}}{\text{Ecuacion 6}} \quad [2.11]$$

$$\text{Ecuacion 8}' = \sigma = FL^{-2} = \frac{\text{Ecuacion 2}}{\text{Ecuacion 6}} \quad [2.12]$$

$$\text{Ecuacion 9}' = 1 \quad [2.13]$$

Las ecuaciones establecidas anteriormente son una representación de las cantidades físicas de la tabla 2.1 en función de las ecuaciones 2, 5 y 6.

Ahora los términos π se obtienen al dividir las dimensiones fundamentales de cada cantidad física entre su respectiva representación.

$$\pi_3 = \frac{\text{Ecuacion 1}}{\text{Ecuacion 1}'} = \frac{FLT^{-2}}{FL^{-1}T^{-2}L^2} = \frac{FT^{-2}}{FL^{-2}T^{-2}L^2} = \frac{F}{EL^2}$$

$$\pi_4 = \frac{\text{Ecuacion 3}}{\text{Ecuacion 3}'} = \frac{L}{\delta}$$

$$\pi_5 = \frac{\text{Ecuacion 7}}{\text{Ecuacion 7}'} = \frac{FL^{-2}LT^{-2}}{FL^{-1}T^{-2}} = \frac{FL^{-2}T^{-2}}{FL^{-2}T^{-2}} = \frac{F}{EL^2} = \frac{Ma}{EL^2}$$

$$\pi_6 = \frac{\text{Ecuacion 7}}{\text{Ecuacion 7}'} = \frac{FL^{-2}LT^{-2}}{FL^{-1}T^{-2}} = \frac{FL^{-2}}{FL^{-2}} = \frac{\sigma}{E}$$

Los términos Pi para modelos estructurales se presentan en la ecuación [2.14]

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \varepsilon & \pi_2 &= V & \pi_3 &= \frac{F}{EL^2} & [2.14] \\ \pi_4 &= \frac{L}{\delta} & \pi_5 &= \frac{Ma}{EL^2} & \pi_6 &= \frac{\sigma}{E} \end{aligned}$$

4.3. FACTORES DE ESCALA PARA MODELOS ESTRUCTURALES

Estos factores se derivan cuando los términos π del modelo y el prototipo son iguales ($\pi_m = \pi_p$) como se menciona en el capítulo uno, además esto garantiza que se cumpla una semejanza dinámica.

S: factor de escala

I: cantidad

$$S = \frac{I_{\text{prototipo}}}{I_{\text{modelo}}} \quad [2.15]$$

El factor de escala [S] solo se utiliza para cantidades independientes y se determinan los factores de escala, partiendo de cada número π ya establecido.

El factor de escala para cada una de las cantidades dimensionalmente independientes presente en los número π , se determina al dividir el número π del prototipo sobre el número π el modelo para el caso correspondiente. Luego de esto se agrupan las cantidades físicas involucradas en dichos números π , de igual forma (prototipo sobre modelo), con el fin de hallar los factores de escala para cada una de ellas. Este procedimiento se muestra a continuación.

✓ $\pi_1 = \varepsilon$

$$\frac{\pi_{1p}}{\pi_{1m}} = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_m} = S_\varepsilon = 1$$

$$S_\varepsilon = 1$$

✓ $\pi_2 = v$

$$\frac{\pi_{2p}}{\pi_{2m}} = \frac{v_p}{v_m} = S_v = 1$$

$$S_v = 1$$

$$\checkmark \quad \pi_3 = \frac{F}{EL^2}$$

$$\frac{\pi_{3p}}{\pi_{3m}} = \frac{\left(\frac{F}{EL^2}\right)_p}{\left(\frac{F}{EL^2}\right)_m} = \frac{F_p}{F_m} * \frac{1}{\frac{(EL^2)_p}{(EL^2)_m}} = \frac{S_F}{S_E * S_L^2} = 1$$

$$S_F = S_E * S_L^2$$

$$\checkmark \quad \pi_4 = \frac{L}{\delta}$$

$$\frac{\pi_{4p}}{\pi_{4m}} = \frac{\left(\frac{L}{\delta}\right)_p}{\left(\frac{L}{\delta}\right)_m} = \frac{L_p}{L_m} * \frac{1}{\frac{\delta_p}{\delta_m}} = \frac{S_L}{S_\delta} = 1$$

$$S_L = S_\delta$$

$$\checkmark \quad \pi_5 = \frac{Ma}{EL^2}$$

$$\frac{\pi_{5p}}{\pi_{5m}} = \frac{\left(\frac{Ma}{EL^2}\right)_p}{\left(\frac{Ma}{EL^2}\right)_m} = \frac{M_p}{M_m} * \frac{a_p}{a_m} * \frac{1}{\frac{(EL^2)_p}{(EL^2)_m}} = \frac{S_M * S_a}{S_E * S_L^2} = 1$$

$$S_M * S_a = S_E * S_L^2$$

$$S_M = \frac{S_E * S_L^2}{S_a}$$

$$\checkmark \quad \pi_6 = \frac{\sigma}{E}$$

$$\frac{\pi_{6p}}{\pi_{6m}} = \frac{\left(\frac{\sigma}{E}\right)_p}{\left(\frac{\sigma}{E}\right)_m} = \frac{\sigma_p}{\sigma_m} * \frac{1}{\frac{E_p}{E_m}} = \frac{S_\sigma}{S_E} = 1$$

$$S_\sigma = S_E$$

Los factores de escala para modelos estructurales son:

$$S_F = S_L^2 S_E \quad [2.16]$$

$$S_\varepsilon = 1 \quad [2.17]$$

$$S_V = 1 \quad [2.18]$$

$$S_\delta = S_L \quad [2.19]$$

$$S_\sigma = S_E \quad [2.20]$$

$$S_M = \frac{S_E * S_L^2}{S_a} \quad [2.21]$$

Como se muestran en los factores de escala en la ecuación [2.17 & 2.18], para que los esfuerzos sean equivalentes la relación de módulo de elasticidad debe ser igual a 1 (Tapias & Ariza, 2009).

4.4. REDUCCION DEL MODELO A ESCALA

Para la realización del dimensionamiento de la viga a escala reducida es importante tener en cuenta que los análisis de los modelos se deben realizar en el rango de pre-fisura, es decir, los modelos se deben comportar de forma elástica y de esta forma cumplir con la relación de Poisson en los prototipos (Vides, 2006).

Dimensiones de la viga a escala real:

longitud = 0.53 m

seccion transversal = 0.15 m x 0.15 m

Dimensiones del cilindro ensayado:

diametro = 0.1 m

altura = 0.2 m

4.4.1. REDUCCION GEOMETRICA DEL MODELO

Se considera un factor de escala 1:1.5 teniendo en cuenta que, al reducir las dimensiones físicas de la viga y el cilindro, algunas variables como esfuerzos y deformaciones pueden cambiar el comportamiento de la estructura reducida (Vides, 2006).

Para la viga:

$$\frac{S_{\delta}}{S_L} = \frac{1}{1.5} \rightarrow S_L = 1.5$$
$$S_L = \frac{L_p}{L_m} \rightarrow 1.5 = \frac{0.53}{L_m} \rightarrow L_m = \frac{0.53}{1.5} = 0.35 \text{ m}$$

$L_m = 0.35$ longitud de la viga a escala reducida

Reduccion de la seccion transversal

$$\frac{0.15}{1.5} = 0.10 \rightarrow \text{dimension de la seccion transversal de la viga reducida}$$

Para el cilindro:

$$S_L = \frac{L_p}{L_m} \rightarrow 1.5 = \frac{0.1}{L_m} \rightarrow L_m = \frac{0.1}{1.5} = 0.066 \text{ m}$$

$L_m = 0.066\text{m}$ diametro del cilindro a escala reducida

$$S_L = \frac{L_p}{L_m} \rightarrow 1.5 = \frac{0.2}{L_m} \rightarrow L_m = \frac{0.2}{1.5} = 0.13 \text{ m}$$

$L_m = 0.13\text{m}$ altura del cilindro a escala reducida

Dimensiones de la viga a escala reducida:

$$longitud = 0.35 \text{ m}$$

$$seccion \text{ transversal} = 0.10 \text{ m} \times 0.10 \text{ m}$$

Dimensiones del cilindro a escala reducida:

$$diametro = 0.06 \text{ m}$$

$$altura = 0.13 \text{ m}$$

4.4.2. REDUCCION DINAMICA DEL MODELO

Para realización de la reducción dinámica del modelo, se tiene en cuenta el número adimensional, el cual permite determinar la similitud entre la fuerza del modelo real y la del prototipo reducido. Este número es expresado como la relación entre la fuerza de inercia la cual por la segunda ley de Newton es tomada como masa por aceleración y la fuerza de gravedad.

$$No. \text{ adimensional} = \frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza de gravedad}} \quad [2.22]$$

$$\left(\frac{F}{m * g}\right)_{real} = \left(\frac{F}{m * g}\right)_{prototipo}$$

La fuerza de gravedad es la misma para el prototipo y para el modelo real.

$$g_{real} = g_{prototipo}$$

$$\left(\frac{F}{m}\right)_{real} = \left(\frac{F}{m}\right)_{prototipo}$$

$$\frac{116060 \text{ [N]}}{27 \text{ [kg]}} = \frac{F_{prototipo}}{8 \text{ [kg]}}$$

$F_{\text{prototipo reducida}} = 34388.14 \text{ [N]} \rightarrow \text{Fuerza a compresion}$

$$\frac{21430 \text{ [N]}}{27 \text{ [kg]}} = \frac{F_{\text{prototipo}}}{8 \text{ [kg]}}$$

$F_{\text{prototipo reducida}} = 6349.63 \text{ [N]} \rightarrow \text{Fuerza a flexion}$

4.4.3. ESFUERZO A COMPRESION DEL CILINDRO REDUCIDO

Para determinar el esfuerzo a compresión se debe tener en cuenta la sección transversal del cilindro y la fuerza reducida.

$$\text{area del cilindro reducido} = \frac{\pi * 66^2}{4} = 3500 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{34388.14}{3500} = 10,05 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

4.5. DIMENSIONAMIENTO DEL MODULO DE ROTURA

EL módulo de rotura será dimensionado con los datos experimentales del ensayo a flexión (Anexo C). En la tabla No. 2.5 se muestra la reducción de la carga y las dimensiones necesarias para hallar el módulo de rotura.

TIPO	REAL	DIMENSIONAMIENTO
Luz libre entre apoyos	480 [mm]	300 [mm]
Ancho Promedio en la Fractura	154 [mm]	102 [mm]
Altura Promedio en la Fractura	155 [mm]	103 [mm]
Fuerza	21430 [N]	6349.63 [N]

Tabla 4. Reducciones

Para la determinación del módulo de rotura dimensionado, se emplea la ecuación de la norma INVIAS INV-E-414-13, la cual se describe como:

$$R = \frac{6349.63 \text{ [N]} * 300 \text{ [mm]}}{102 \text{ [mm]} * 103^2 \text{ [mm}^2\text{]}} = 1,76 \text{ [MPa]}$$

La resistencia a flexión determinada para la viga a escala reducida es de 1,76 [MPa].

El módulo de rotura se determinó para la viga reducida a escala 1.5.

La tabla 2.5.1 muestra las características y el módulo de rotura para las diferentes tipas de vigas reducidas.

ESCALA	1,5	1,4	1,3	1,25	1,2	UNIDADES
LUZ LIBRE ENTRE APOYOS	303	328	358	374	392	[mm]
ANCHO DE LA FRACTURA	103	110	118	123	128	[mm]
ALTURA FRACTURA	103	111	119	124	129	[mm]
FUERZA	6349,63	7778,30	9524,44	10953,11	12302,41	[N]
MODULO DE ROTURA	1,76	1,89	2,02	2,16	2,25	[MPa]
Esfuerzo a Compresión	10,05	10,64	11,07	11,81	12,31	[MPa]
10% Esfuerzo	1,01	1,06	1,11	1,18	1,23	[MPa]
20% Esfuerzo	2,01	2,13	2,21	2,36	2,46	[MPa]

Tabla 5. Modulo de Rotura- Vigas Reducidas

4.6. REDUCCIONES EN OTRAS ESCALAS

Para observar el comportamiento de las deflexiones en la viga, es necesario analizar los modelos reducidos en diferentes escalas, estas reducciones se presentan en la tabla 2.6 donde se presenta el dimensionamiento geométrico y dinámico.

ESCALA		1,5	1,4	1,3	1,25	1,2	UNIDADES
Fuerza	Compresión	34388,15	42125,48	51582,22	59319,56	66627,04	[N]
	Flexión	6349,63	7778,30	9524,44	10953,11	12302,41	[N]
Viga	Longitud	353	378	408	424	442	[mm]
	Sección	100	107	115	120	125	[mm]
Cilindro Pequeño	Diámetro	67	71	77	80	83	[mm]
	Altura	133	143	154	160	167	[mm]
Cilindro Grande	Diámetro	100	107	115	120	125	[mm]
	Altura	200	214	231	240	250	[mm]

Tabla 6. Dimensiones de modelos a escalas reducidas

5. SIMULACION MEDIANTE SOFTWARE COMPUTACIONAL

5.1. CARACTERISTICAS DEL MODELO A ESCALA REAL Y REDUCIDA

Para realizar una comparación entre un modelo a escala real y el prototipo modelado mediante un programa computacional se realizó una mezcla con una resistencia a compresión de 2143,3 Psi. Las dimensiones de la viga a escala real se establecieron según la norma INV E- 414-13.

Teniendo en cuenta el ensayo a flexión establecido por la norma INV E- 414 las vigas a escala real y reducida son cargadas en los tercios de la luz libre como lo muestra la figura 3.1 y 3.2

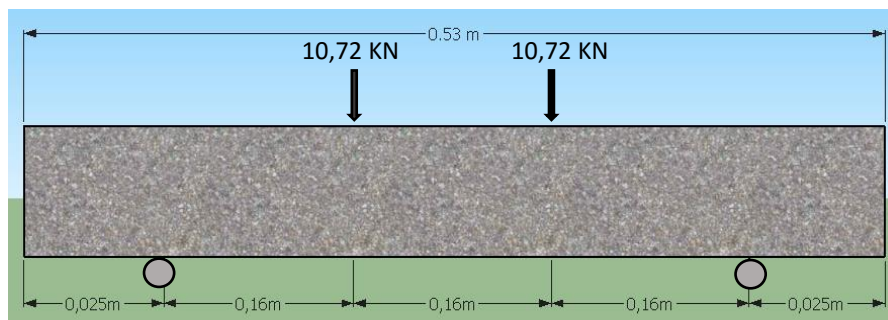


Figura 1. Dimensiones del Prototipo a Escala Real

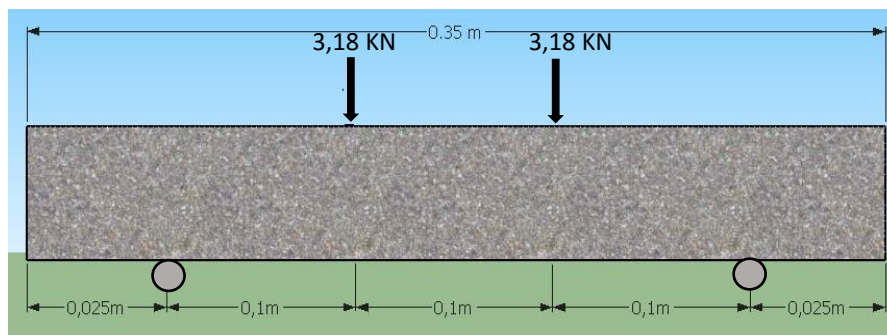


Figura 2. Dimensiones del Prototipo a Escala Reducida

5.2. ANALISIS DEL MODELO REAL POR MEDIO DEL SOFTWARE SAP 2000

En la imagen 3.3 se muestra la sección transversal de la viga real en concreto no reforzada modelada en SAP 2000.

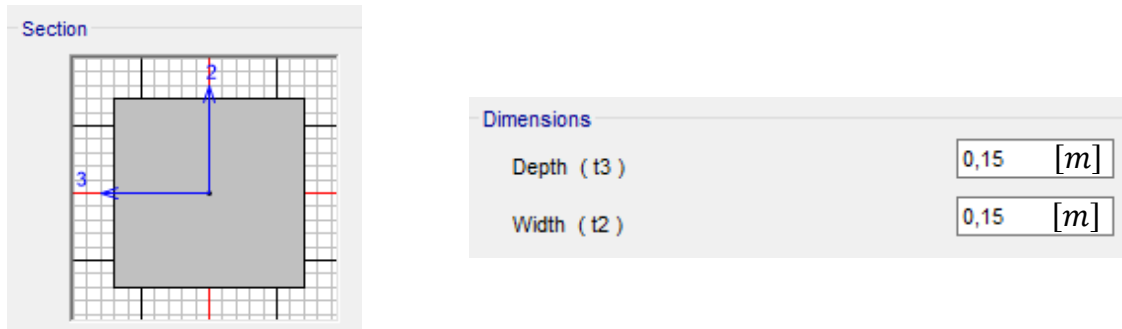


Figura 3. Sección transversal Viga Real

Para el análisis por medio del programa se introdujeron los datos obtenidos en las pruebas de laboratorio del ensayo a flexión, teniendo en cuenta que las unidades empleadas en el software fueron Megapascuales [MPa] y metros [m].

Los resultados y procedimientos de los ensayos se encuentran descritos en los anexos A para granulometría, anexo B para compresión y anexo C para flexión.

El valor del módulo de elasticidad del concreto se determinó con la ecuación planteada en el título C.8.5.1 del Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10, mostrada a continuación.

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \quad \text{donde las unidades de } f'_c \text{ están en MPa}$$

Con dicha ecuación se obtuvo un valor de $E_c = 18066,26 [Mpa]$.

Al realizar los cálculos en SAP 2000 se obtuvieron los resultados mostrados en las figuras.

La figura 4, muestra la fuerza aplicada a la viga a escala real modelada mediante el software computacional, dicha fuerza es obtenida mediante el ensayo a flexión realizado en el laboratorio de Materiales de la UPB.

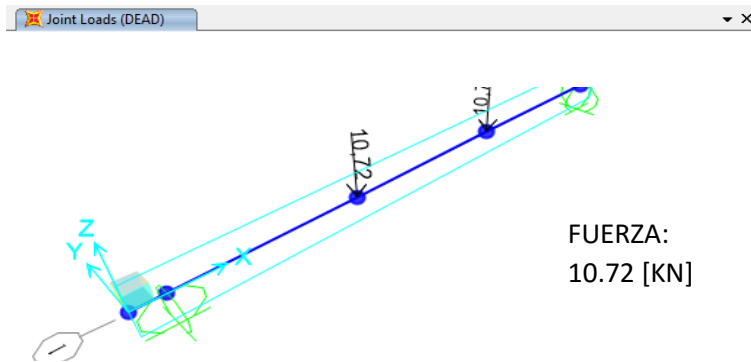


Figura 4. Viga Real Cargada

El desplazamiento obtenido en los nodos donde es aplicada la fuerza de la viga a escala real en SAP2000 se muestran en la figura 5.

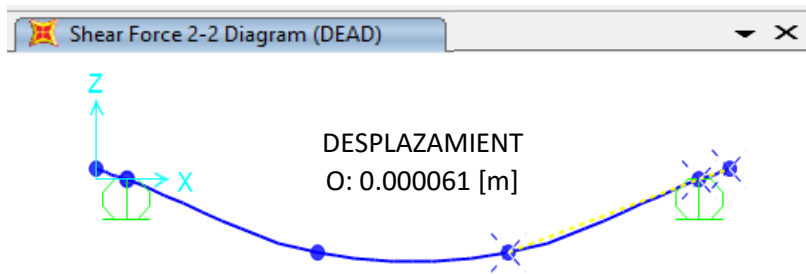


Figura 5. Deflexión de la Viga Real

El cortante máximo de la viga a escala real es de 10.85 KN y se presenta en las reacciones como se muestra en la figura 6.

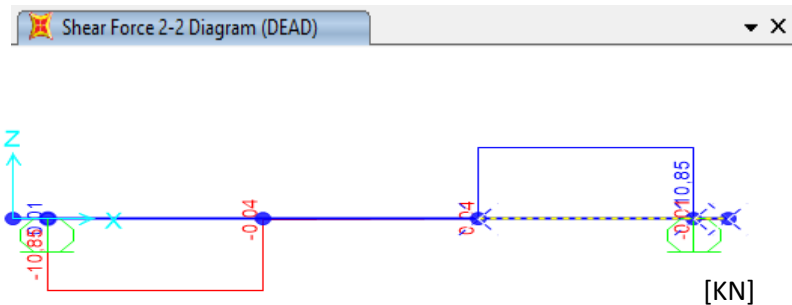


Figura 3. 6. Diagrama de cortante para la Viga Real

El momento máximo de la viga a escala real es de 1.73 KN*m como se muestra en la figura 7.

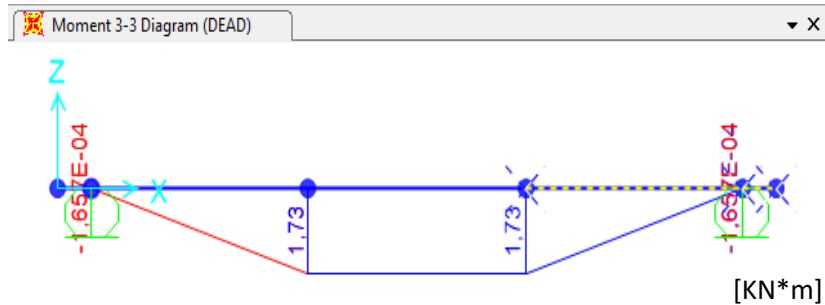


Figura 3.7 Diagrama de Momento para la Viga Real

5.3. ANALISIS DEL MODELO REDUCIDO POR MEDIO DEL SOFTWARE SAP 2000

En la imagen 3.8 se muestra la sección transversal de la viga real en concreto no reforzado modelada en SAP 2000.

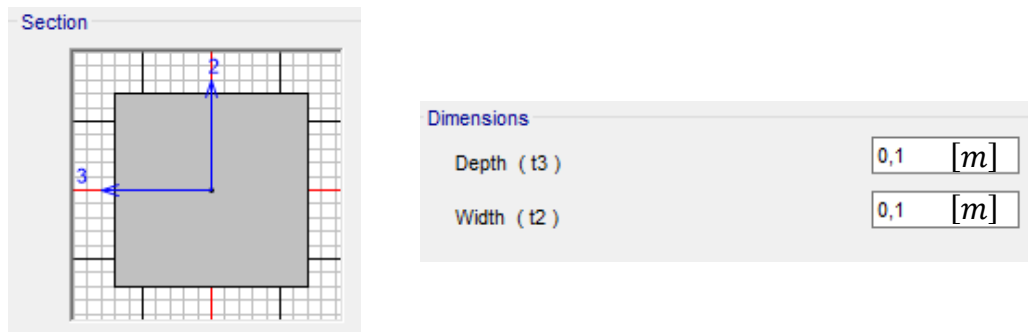


Figura 8. Sección transversal Viga Reducida

Para el valor del módulo de elasticidad del concreto se determinó con la ecuación planteada en el título C.8.5.1 del Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10, mostrada a continuación.

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \quad \text{donde las unidades de } f'_c \text{ están en MPa}$$

Con dicha ecuación se obtuvo un valor de $E_c = 14899,82 [Mpa]$, el cual se obtuvo tomando como referencia los valores de las fuerzas y dimensiones reducidas mostradas en el capítulo 2.

Al realizar los cálculos en SAP 2000 se obtuvieron los resultados mostrados en las figuras.

La figura 9, muestra la fuerza aplicada a la viga reducida a 1.5, modelada mediante el software computacional.

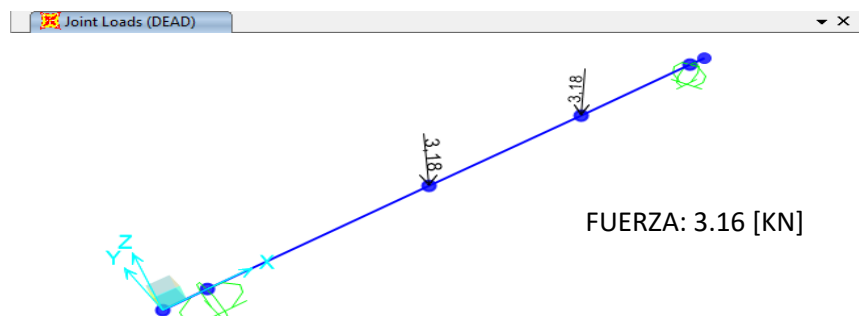


Figura 9. Viga Reducida Cargada

El desplazamiento obtenido en los nodos donde es aplicada la fuerza de la viga a escala reducida a 1.5 en SAP2000 se muestran en la figura 10.

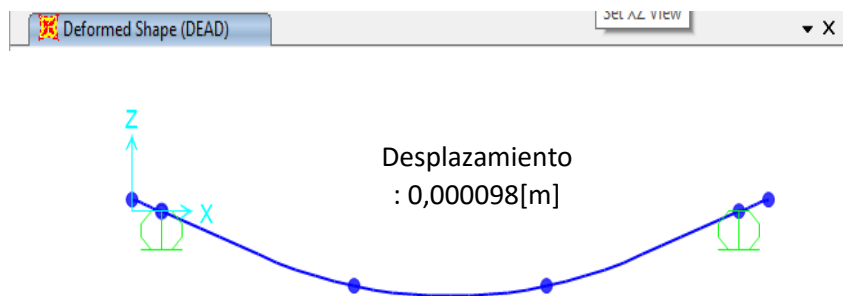


Figura 10. Deflexión de la Viga Reducida

El cortante máximo de la viga a escala reducida a 1.5 se presenta en las reacciones como se muestra en la figura 11.

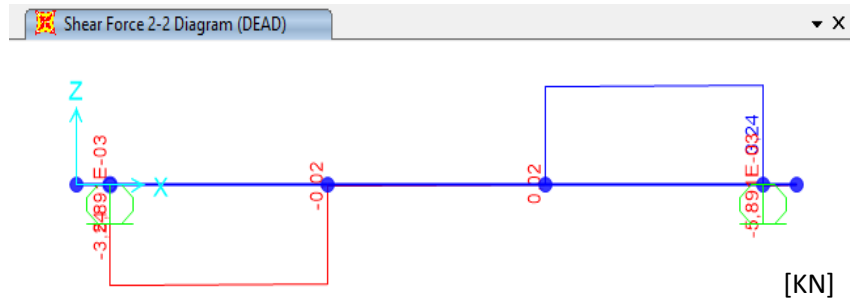


Figura 11. Diagrama de cortante para la Viga Reducida

El momento máximo de la viga a escala reducida a 1.5 es de 0.51 KN*m como se muestra en la figura 12.

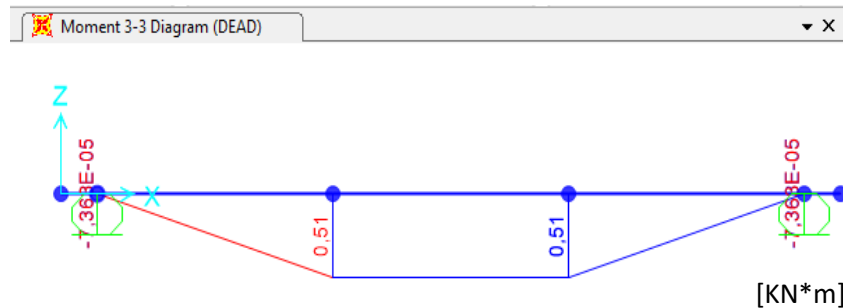


Figura 12. Diagrama de Momento para la Viga Reducida

5.4. DETERMINACION DE LA DEFLEXION PARA LA VIGA A ESCALA REAL Y REDUCIDA MEDIANTE SAP2000

Para determinar la deflexión en el prototipo a escala real y reducida se tienen en cuenta la posición de las fuerzas y los apoyos.

Para una viga simplemente apoyada y con dos cargas puntuales situadas a una misma distancia, la deflexión determinada por SAP 2000 se presenta en la siguiente tabla.

Deflexiones Viga	[mm]
Real	0,061
Reducida 1.5	0,098
reducida 1.4	0,082
Reducida 1.3	0,07
Reducida 1.25	0,079
Reducida 1.2	0,064

Tabla 7. Valores de deflexión para las diferentes reducciones analizadas en SAP 2000

5.4.1. PORCENTAJE DE DEFORMACION PARA LA VIGA A ESCALA REAL Y REDUCIDA

Para la determinación del porcentaje de deformación se toma la deflexión máxima de la viga sobre su longitud, para que este porcentaje sea admisible no debe presentarse una variación mayor al 1% entre el prototipo a escala real y reducida.

$$\% \text{ deformacion viga Real} = \frac{0,061}{530} * 100 = 0,01\%$$

$$\% \text{ deformacion viga Reducida} = \frac{0,098}{353} * 100 = 0,03\%$$

$$\Delta \text{ deformacion entre la viga real y reducida} = |0,01\% - 0,03\%| = 0,02\%$$

La diferencia presente entre la deformación del prototipo a escala real y reducida es menor al 1%, por lo tanto, se concluye que la reducción geométrica y dinámica realizada mediante el teorema Pi de Buckingham es útil para el diseño de prototipos estructurales. Estos valores también se evidencian en la tabla 3.2.

Prototipo	Deflexión [mm]	Longitud viga [mm]	% Deflexión	Variación de la deflexión viga real y reducciones %
Real	0,061	530	0,01	
Reducida 1.5	0,098	353	0,03	0,02
Reducida 1.4	0,082	378	0,02	0,01
Reducida 1.3	0,07	408	0,02	0,01
Reducida 1.25	0,079	424	0,02	0,01
Reducida 1.2	0,064	442	0,01	0,00

Tabla 8. Variación de la Deflexión entre la viga a escala real y las vigas reducidas

En la tabla 3.2 se puede observar que la mayor variación del porcentaje de deflexión entre la viga a escala real y las vigas reducidas es de 0,02%, se esperaba de este análisis que dicha variación no superara el 1%.

5.5. DETERMINACION DEL MODULO DE ELASTICIDAD MEDIANTE EL DIAGRAMA ESFUERZO-DEFORMACION.

Para la determinación del módulo de elasticidad, se parte de los datos de fuerza y deformación obtenidos en el laboratorio, los datos procesados para la viga real y las reducciones se encuentran en el Anexo D. El esfuerzo máximo aplicado, con el que se obtuvieron los datos, corresponde al 40% de F'_c , donde el comportamiento del concreto se mantiene en la zona elástica.

El módulo de elasticidad se define como la pendiente obtenida de la gráfica esfuerzo-deformación unitaria.

Viga a Escala Real:

La grafica 3,13 muestra la tendencia de la viga en concreto no reforzado a escala real en la zona elástica.

Se obtiene un módulo de elasticidad de $E= 16,078 \text{ [KN/mm}^2\text{]}$

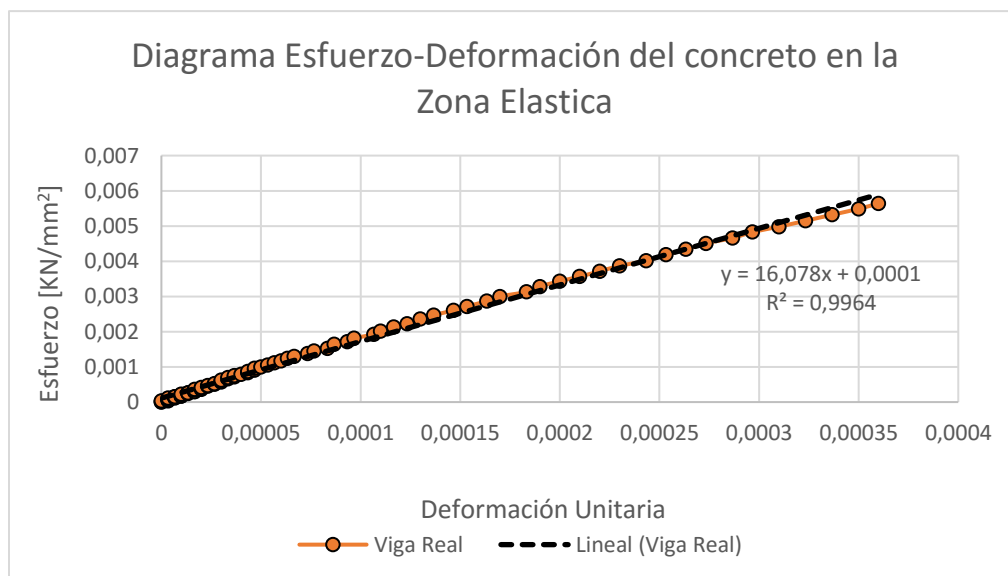


Figura 13. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga en dimensión Real

Viga a Escala Reducida 1.5:

La grafica 3,14 muestra la tendencia de la viga en concreto no reforzado a escala reducida 1.5 en la zona elástica.

Se obtiene un módulo de elasticidad de $E= 16.078 \text{ [KN/mm}^2\text{]}$

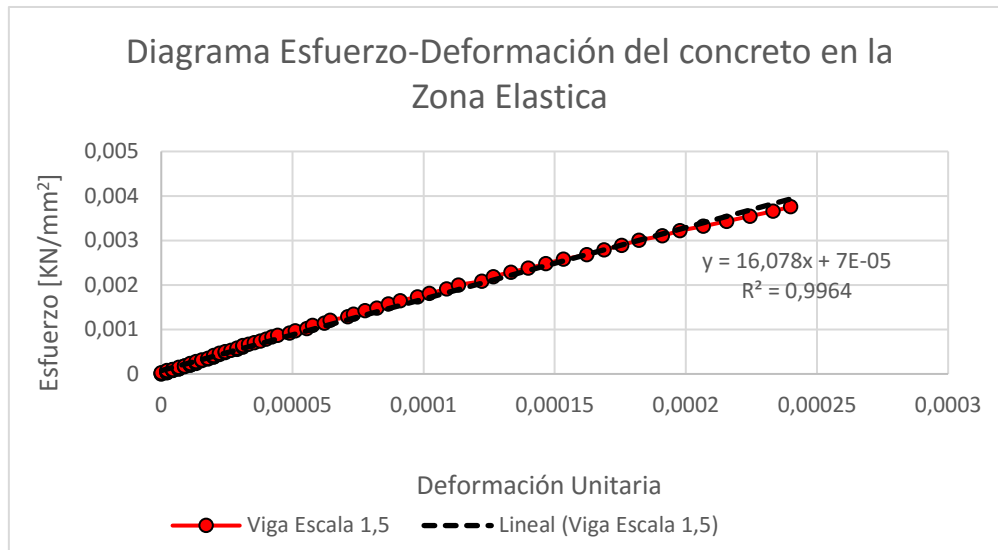


Figura 14. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.5

Viga a Escala Reducida 1.4:

La grafica 3,15 muestra la tendencia de la viga en concreto no reforzado a escala reducida 1.4 en la zona elástica.

Se obtiene un módulo de elasticidad de $E= 16.056 \text{ [KN/mm}^2\text{]}$

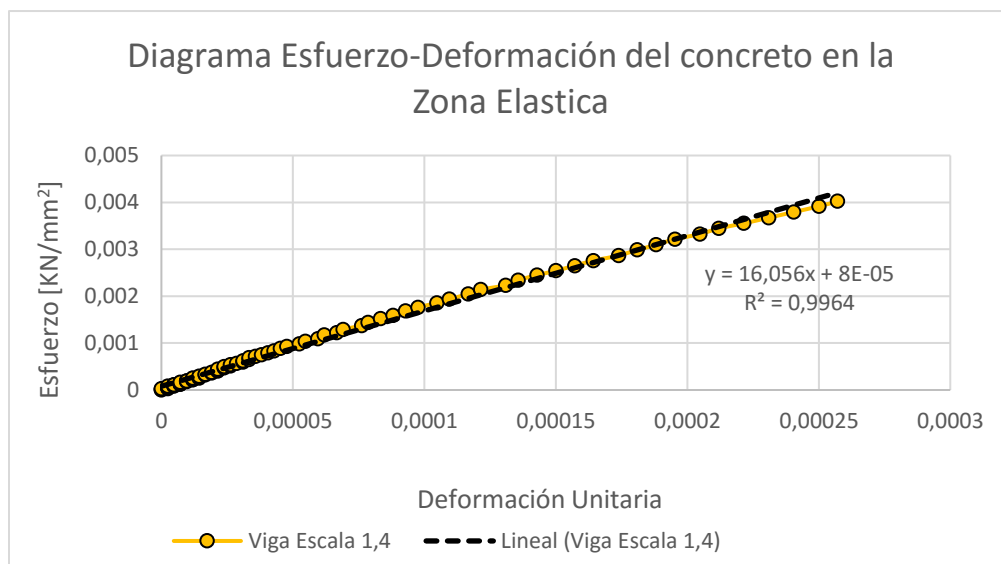


Figura 15. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.4

Viga a Escala Reducida 1.3:

La grafica 3,16 muestra la tendencia de la viga en concreto no reforzado a escala reducida 1.3 en la zona elástica.

Se obtiene un módulo de elasticidad de $E= 15.804 \text{ [KN/mm}^2\text{]}$

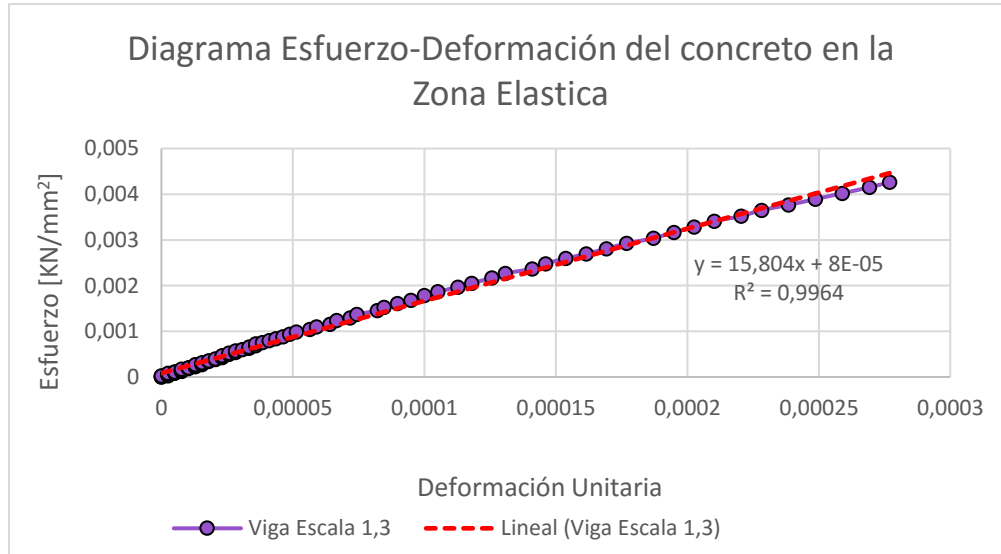


Figura 16. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.3

Viga a Escala Reducida 1.25:

La grafica 3,17 muestra la tendencia de la viga en concreto no reforzado a escala reducida 1.25 en la zona elástica.

Se obtiene un módulo de elasticidad de $E= 16.05 \text{ [KN/mm}^2\text{]}$

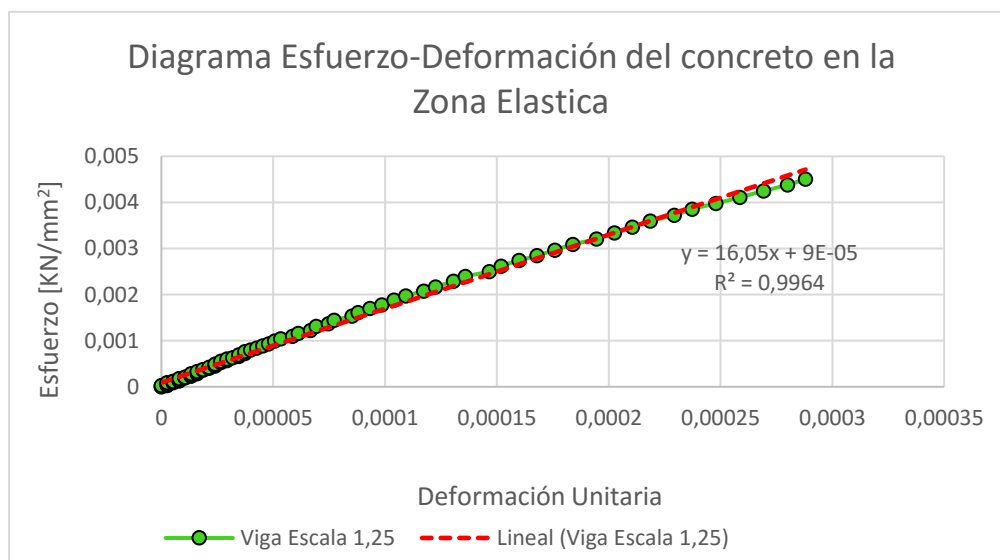


Figura 17. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.25

Viga a Escala Reducida 1.2:

La grafica 3,18 muestra la tendencia de la viga en concreto no reforzado a escala reducida 1.2 en la zona elástica.

Se obtiene un módulo de elasticidad de $E = 15.949 \text{ [KN/mm}^2\text{]}$

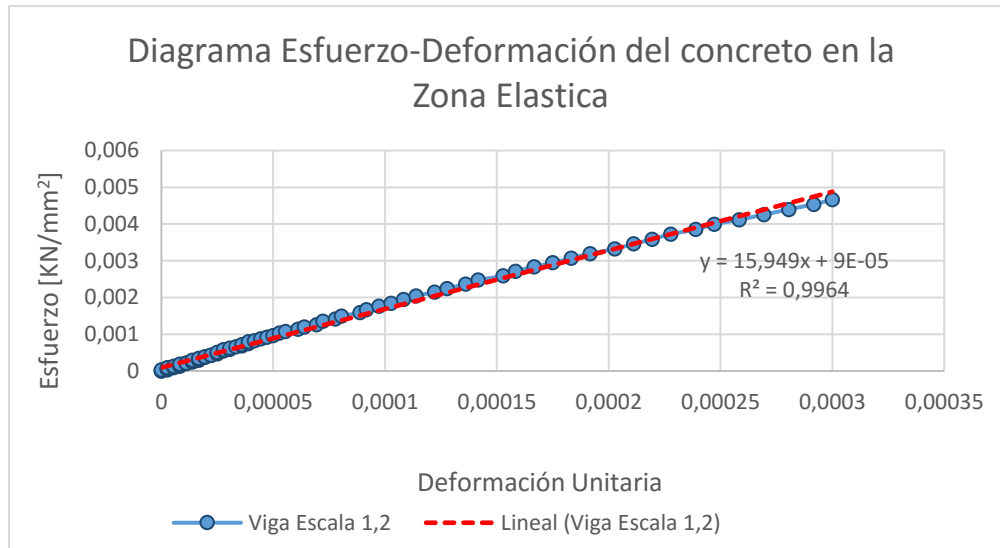


Figura 18. Gráfica esfuerzo-deformación para la Viga Reducida a escala 1.2

La grafica 3,19 muestra una compilación de la tendencia del diagrama esfuerzo-deformación para viga en concreto no reforzado en todas sus reducciones y a escala real, esta grafica tiene como finalidad evidenciar el comportamiento del módulo de elasticidad en cada una de las reducciones propuestas.

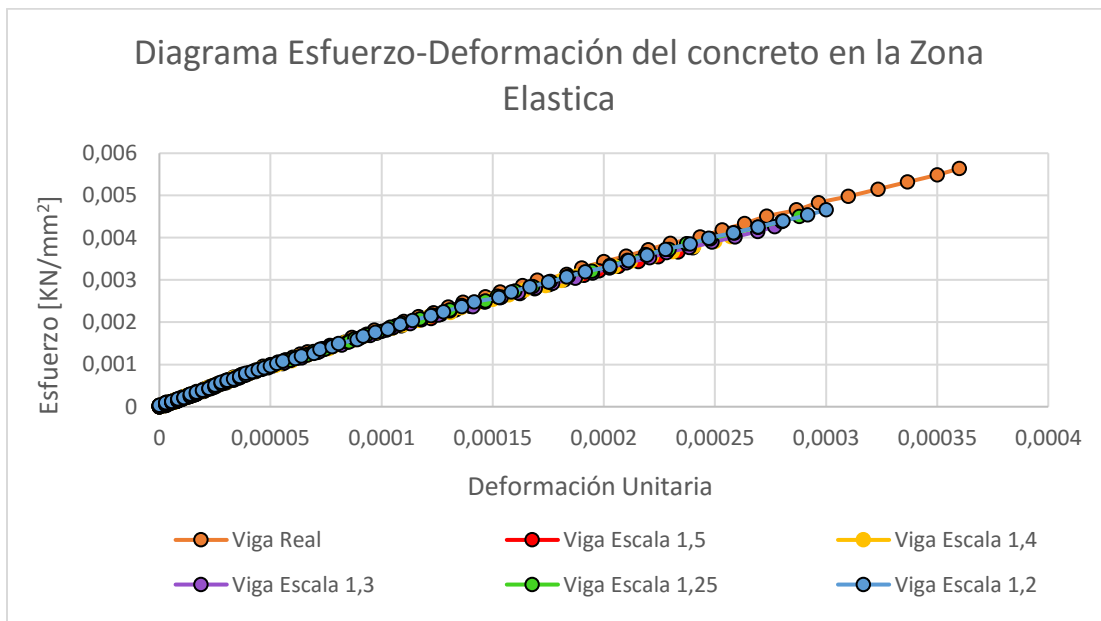


Figura 19. Gráfica de compilación esfuerzo-deformación para la viga real y sus reducciones

El comportamiento del modulo de elasticidad para las diferentes reducciones no varia con respecto a la viga real, esto se observa en la grafica 3.19

5.5.1. PORCENTAJE DE ERROR PARA EL MODULO DE ELASTICIDAD

Para calcular el porcentaje de error, se toma como valor teorico el descrito por la norma NSR-10 en el capitulo C.8.5 como $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$ y el valor experimental del modulo determinado como la pendiente de la grafica esfuerzo-deformacion unitaria para la viga.

$$\%error E = \frac{[18066 - 16078]}{18066} * 100 = 10\% \rightarrow de error viga real$$

$$\%error E = \frac{[14900 - 16087]}{14900} * 100 = 8\% \rightarrow de error viga reducida 1.5$$

La tabla 3.3 muestra los valores teoricos y los arrojados por las graficas del modulo de elasticidad, con su respectivo porcentaje de error para la viga real y sus respectivas reducciones.

	Real	1,5	1,4	1,3	1,25	1,2	UNIDADES
E Teórico	18066	14900	15331	15638	16152	16490	[MPa]
E Grafica	16078	16078	16056	15804	16050	15949	[MPa]
%error	10	8	5	1	1	3	[%]

Tabla 9. Porcentaje de error del Módulo de Elasticidad

Se observa que el porcentaje de error en el módulo de elasticidad entre el valor estipulado por la norma y el calculado por el dimensionamiento no excede el 8% en ninguna de las reducciones.

6. CONCLUSIONES

- Para la realización del dimensionamiento de modelos estructurales a escala reducida, es importante tener en cuenta que los análisis se deben realizar en el rango de pre-fisura, es decir, los modelos se deben comportar de forma elástica.
- Para la reducción dinámica del modelo estructural de este proyecto fue necesario emplear el número adimensional, el cual involucra las variables gravitacionales descritas en el teorema π de Buckingham.
- El dimensionamiento dinámico y geométrico se realizó de manera adecuada, esto se observa en los resultados del módulo de rotura de los modelos reducidos, ya que estos valores se encuentran entre el 10% y 20% de la resistencia a compresión.
- Al analizar los módulos de elasticidad de la viga real y cada una de las reducciones, al igual que el porcentaje de deformación del prototipo a escala real y reducida, se concluye que la reducción geométrica y dinámica realizada mediante el teorema Pi de Buckingham es útil para el diseño de prototipos estructurales.
- Al realizar el dimensionamiento de las fuerzas y deformaciones, los valores arrojados por las gráficas de esfuerzo-deformación indican que la magnitud del módulo de elasticidad es similar al calculado por $4700\sqrt{f'_c}$.

7. RECOMENDACIÓN

- Para obtener un adecuado análisis dimensional es necesario que exista una similitud geométrica y dinámica.
- Se debe tener precaución cuando se trabaja un elemento a escala reducida, ya que se puede presentar un aumento en la resistencia y si el modelo para determinar la carga última involucra estos cambios, es posible tener una predicción errónea.
- Si se desea construir los prototipos diseñados, es necesario emplear materiales que posean características similares a las del modelo real en el rango elástico.
- Para escoger el factor de escala con el cual se van a realizar las reducciones, se debe determinar el valor más apropiado para la construcción de los prototipos teniendo en cuenta los materiales e instrumentos necesarios para la elaboración.

8. BIBLIOGRAFIA

Libros

Dieterich J. Schuring; Richard I. Emori, (1977), *Scale Models Inengineering (fundamentals and applications)*, Cap 2, New York, Tokyo.

Rivera E; Muñoz L, (2001), *Análisis Dimensional y Teoría de Modelos*, Cap.8.

Tesis

Vides J. (2006), *Metodología para Realizar Modelos de Concreto Reforzado a Escala Reducida*. (Tesis de Pregrado) Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.

Tapias A. & Ariza J. (2009), *Construcción del Modelo Experimental del Viaducto Armando Puyana Puyana*. (Tesis de Pregrado) Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.

Artículos

Martínez A.; Pando V.; Del Rio J. ;(2007); *Generalidades del Teorema π de Buckinham con Algunas Aplicaciones*. Pags. 1-7.

National Ready Mixed Concrete Association, (s.f.) *El concreto en la Práctica ¿Qué, Porque y Cómo?*, CIP 16- Resistencia a la Flexión del Concreto.

Dr. Caballero L. Aldo; MSc. Feltn Corina, (2014), *Introducción al Análisis Dimensional y la Teoría de Modelos Físicos en Ingeniería*.

Normas

Especificaciones Generales de Construcción de Carreteras y Normas de Ensayos para Materiales de Carreteras, Instituto Nacional de Vías, Bogotá D.C., Colombia, mayo de 2013.

Norma Colombiana de Construcción Sismo Resistente, Bogotá D.C., Colombia, marzo de 2010.

Páginas web

Análisis Dimensional (s.f). Buenos Aires – Argentina. UTN-FRBA. Recuperado de: www.civil.frba.utn.edu.ar/Materias/modeloshidraulicos/analisis.dimensional.pdf.

Análisis Dimensional y Semejanza Dinámica. (s.f). Recuperado de: wiki.ead.pucv.cl/images/a/a5/3_An%C3%A1lisis_Dimensional_y_Semejanza_Din%C3%A1mica,_Teor%C3%ADa_N%C3%A1utica_2.pdf

Otros.

Análisis Dimensional y Semejanza en Mecánica de Fluidos. (s.f.). Tema 5. Buenos Aires-Argentina. Universidad Nacional de la Plata.

EI ANALISIS DIMENSIONAL, (s.f), “Matemáticas de las dimensiones de las cantidades” Universidad Nacional del Santa.

9. ANEXOS

9.1. ANEXO A

CLASIFICACIÓN DEL MATERIAL

ESAYOS DE GRANULOMETRÍA

Para un mejor control de la mezcla de concreto elaborada es necesario realizar un análisis granulométrico de los agregados y de esta forma clasificar el material usado. Se realizaron dos ensayos para hacer la clasificación, uno para la arena y otro para el triturado respectivamente.

Estos ensayos se realizaron en el laboratorio de materiales ubicado de la Universidad Pontificia Bolivariana de Bucaramanga el cual se encuentra acreditado.

Objeto del Ensayo

Granulometría de la Arena.

Fecha del Ensayo

05 de diciembre de 2016

Ensayo N°:

1

En la Tabla No.1 se muestra la clasificación de la arena usada para la mezcla de concreto. Se determinó una cantidad de 500 gramos para la muestra analizada ya que el tamaño de la partícula nominal es muy pequeño, esto con el fin de cumplir lo establecido en la norma INV E-123-13.

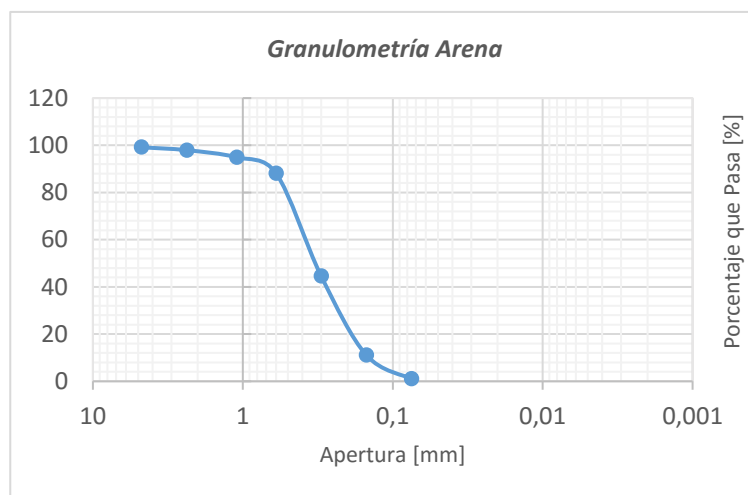
Masa muestra seca inicial: 500 (g)

TAMICES		RETENIDO			PASA
Serie Provisoria ASTM	Apertura	Peso (g)	Parcial (%)	Acumulado (%)	Acumulado (%)
	Mm				
Nº 4	4,75	4,2	0,84	0,84	99,16
Nº 8	2,36	6,2	1,24	2,08	97,92
Nº 16	1,1	15,0	3,00	5,08	94,92
Nº 30	0,6	34,0	6,80	11,88	88,12
Nº 50	0,3	218,0	43,58	55,46	44,54
Nº 100	0,15	167,4	33,47	88,92	11,08
Nº 200	0,075	49,8	9,96	98,88	1,12
Fondo		5,6	1,12	100,00	0,00
TOTAL		500,2	100,00		

Tabla No. A1. Clasificación de la Arena

Porcentajes de material determinado en el análisis granulométrico de la arena

Gravas	0,84 %
Arenas	98,04 %
Finos	1,12 %



Gráfica No. A1 Granulometría de la Arena

Objeto del Ensayo

Granulometría del triturado.

Fecha del Ensayo

06 de diciembre de 2016

Ensayo N°:

2

En la Tabla No.2 se muestra la clasificación del triturado usado para la mezcla de concreto. Se determinó una cantidad de 3950 gramos para la muestra analizada ya que el tamaño de la partícula nominal es 42,7 [mm], esto con el fin de cumplir lo establecido en la norma INV E-123-13.

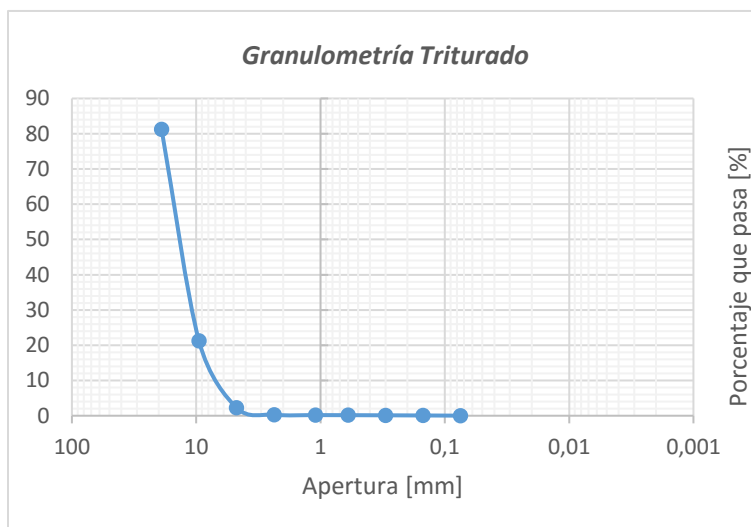
Masa muestra seca inicial: 3950 (g)

TAMICES		RETENIDO			PASA
Serie Provisoria ASTM	Apertura mm	Peso (g)	Parcial (%)	Acumulado (%)	Acumulado (%)
0,75	19	739,2	18,71	18,71	81,29
0,375	9,5	2372,6	60,07	78,78	21,22
Nº 4	4,75	746,0	18,89	97,67	2,33
Nº 8	2,36	80,8	2,05	99,72	0,28
Nº 16	1,1	3,8	0,10	99,81	0,19
Nº 30	0,6	1,0	0,03	99,84	0,16
Nº 50	0,3	1,6	0,04	99,88	0,12
Nº 100	0,15	1,6	0,04	99,92	0,08
Nº 200	0,075	2,2	0,06	99,97	0,03
Fondo		1	0,0	100	1E-15
TOTAL		3949,8	100		

Tabla No. A2. Clasificación del Triturado

Porcentajes de material determinado en el análisis granulométrico del triturado

Gravas 97,67 %
Arenas 2,30 %
Finos 0,03 %



Grafica No. A2 Granulometría del Triturado

Observaciones

- Se identificó en el análisis granulométrico que el material utilizado para la arena posee solo un pequeño porcentaje de gravas y finos; con el 98,04% de arena se evidencia que el material utilizado para la mezcla de concreto cumple con las características necesarias para la elaboración de los especímenes.

- Se observa en la gráfica granulométrica No. 2 una tendencia vertical (mal gradado) indicando ausencia de partículas intermedias, esto se ve reflejado debido a que el material utilizado como triturado se compró con una de referencia $\frac{3}{4}$ (in).

REGISTRO FOTOGRÁFICO

Ensayo No.1: Granulometría de arena.



Imagen No.A1:
Muestra Inicial



Imagen No.A2:
Tamices usados



Imagen No.A3:
Tamizado



Imagen No.A4: Clasificación

Ensayo No.5: Granulometría del Triturado.



Imagen No.A5: Clasificación
de la Partícula Nominal.



Imagen No. A6:
Clasificación final.

9.2. ANEXO B
ENSAYO DE RESISTENCIA A LA COMPRESION
(INV E-410-13)

Para determinar la resistencia a compresión del concreto primero se elaboraron los especímenes según lo establecido en la norma INV E - 402 – 13 e INV E - 414 – 13, los cuales tienen las siguientes dimensiones:



Especimen No.3 y 4

Diametro:0,1m
 Altura:0,2m



Especimen No. 5

Diametro:0,15m
 Altura:0,30m

Cálculos tipo para el ensayo No.3.

- Carga máxima que soporto el cilindro a compresión= 100870 [N]
- Área sección transversal= $\frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 78,54 \text{ [cm}^2\text{]}$
- Resistencia a Compresión = $\frac{100879}{78,54} = 1284,43 \text{ N/cm}^2 = 1862,74 \text{ [Psi]}$

La tabla No. B1 muestra los resultados de los 3 ensayos realizados a compresión.

Especimen	Carga [N]	Área [cm ²]	Esfuerzo [Psi]
No.3	100870	78,5	1862,7
Especimen	Carga [N]	Área [cm ²]	Esfuerzo [Psi]
No.4	116060	78,5	2143,3
Especimen	Carga [N]	Área [cm ²]	Esfuerzo [Psi]
No.5	255680	176,7	2098,5

Tabla No. B1

El tipo de agrietamiento encontrado en los especímenes es tipo III y IV.

Registros fotográficos: Ensayo No. 3



Imagen No.B1:
Especímen fallado

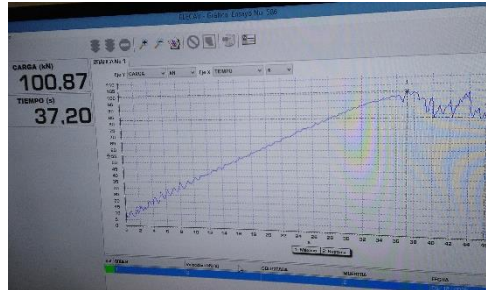


Imagen No.B2: Carga arrojada por la Maquina a compresión

Registros fotográficos: Ensayo No. 4 y No. 5



Imagen No.B3: Especímen fallado

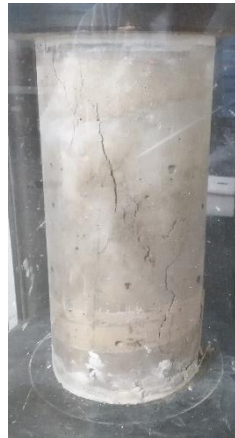


Imagen No.B4: Especímen fallado

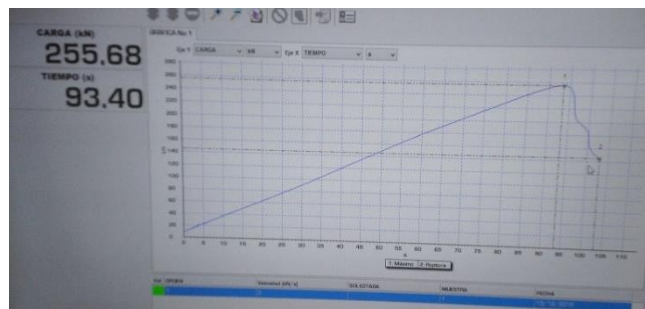


Imagen No.B5: Carga arrojada por la Maquina a compresión

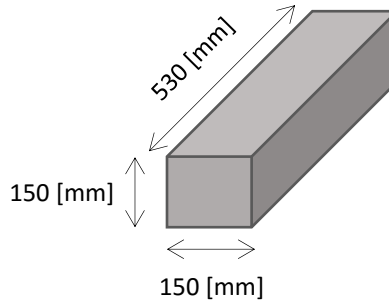
9.3. ANEXO C

ANÁLISIS DEL ENSAYO A FLEXIÓN

La finalidad de este ensayo es determinar el módulo de rotura, llevando acabo las indicaciones establecidas en la norma INVIAS INV-E-414-13. Este valor indica el esfuerzo máximo que soporto la viga al ser sometida a flexión.

Este ensayo se realizó en el laboratorio de materiales de la Universidad Pontifica Bolivariana de Bucaramanga el cual se encuentra acreditado.

La viga se realizó con las siguientes dimensiones:



El ancho y alto de la viga tienen 150 [mm] y el largo es de 530 [mm]. La longitud de la luz libre es de 160 [mm], esta medición se hizo con base a lo establecido en la norma INV-E-414-13. Es importante señalar que el tiempo de curado para realizar el ensayo fue de 12 días.

Como la fractura del espécimen se encuentra dentro del tercio medio de la luz libre, el módulo de rotura se calcula con la ecuación:

$$R = \frac{P L}{b d^2}$$

Donde:

R: Módulo de rotura, MPa $[\text{lb}/\text{pg}^2]$;

P: Carga máxima aplicada indicada por la máquina de ensayo, N [lbf];

L: Luz libre entre apoyos, mm [pg];

b: Ancho promedio del espécimen en el sitio de la fractura, mm [pg];

d: Altura promedio de la muestra en el sitio de la fractura, mm [pg];

La carga ultima que soporto la viga fue de 21430 [N], esto se puede evidenciar en el registro fotográfico del ensayo.

Con la información anterior se harán los cálculos para hallar el módulo de rotura como se muestra:

$$R = \frac{21430[N] * 480[mm]}{154[mm] * 155^2[mm^2]}$$

$$R = 2,78 [MPa]$$

Observaciones

- El módulo de rotura esta entre el 10% y 20% del esfuerzo a compresión de un espécimen de la misma edad.
- Un tiempo de secado antes de realizar el ensayo puede alterar drásticamente la resistencia de la viga ensayada.

REGISTRO FOTOGRÁFICO

Ensayo No.6: Ensayo a Flexión.



Imagen No.C1:
Carga obtenida en el ensayo.

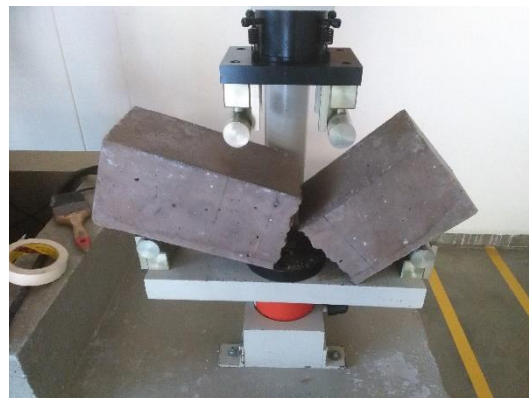


Imagen No.C2:
Viga ensayada

9.4. ANEXO D

TABLAS PARA LA DETERMINACION DEL MODULO DE ELASTICIDAD

Para la determinación del módulo de elasticidad se tuvieron en cuenta las cargas y deformaciones obtenidas con la maquina TDS – 530, además se dimensionaron estos valores para las diferentes reducciones de las vigas.

ESCALAS					
Real		1,5		1,4	
Esfuerzo [GPa]	Deformación Unitaria [mm]	Esfuerzo [GPa]	Deformación Unitaria [mm]	Esfuerzo [GPa]	Deformación Unitaria [mm]
0	0	0	0	0	0
18E-06	0	13E-06	0	13E-06	0
38E-06	3,3E-06	25E-06	2,2E-06	27E-06	2,4E-06
38E-06	0	25E-06	0	27E-06	0
57E-06	3,3E-06	38E-06	2,2E-06	40E-06	2,4E-06
57E-06	3,3E-06	38E-06	2,2E-06	40E-06	2,4E-06
75E-06	3,3E-06	50E-06	2,2E-06	54E-06	2,4E-06
94E-06	3,3E-06	63E-06	2,2E-06	67E-06	2,4E-06
0,0001	3,3E-06	75E-06	2,2E-06	80E-06	2,4E-06
0,0001	6,7E-06	75E-06	4,4E-06	80E-06	4,8E-06
0,0001	6,7E-06	88E-06	4,4E-06	94E-06	4,8E-06
0,0001	6,7E-06	88E-06	4,4E-06	94E-06	4,8E-06
0,0002	6,7E-06	0,0001	4,4E-06	0,0001	4,8E-06
0,0002	6,7E-06	0,0001	4,4E-06	0,0001	4,8E-06
0,0002	0,00001	0,0001	6,6E-06	0,0001	7,1E-06
0,0002	0,00001	0,0001	6,6E-06	0,0001	7,1E-06
0,0002	0,00001	0,0001	6,6E-06	0,0001	7,1E-06
0,0002	0,00001	0,0001	6,6E-06	0,0001	7,1E-06
0,0002	0,00001	0,0001	6,6E-06	0,0001	7,1E-06
0,0002	0,00001	0,0001	6,6E-06	0,0001	7,1E-06
0,0002	0,00001	0,0001	6,6E-06	0,0002	7,1E-06
0,0002	13E-06	0,0001	8,9E-06	0,0002	9,5E-06
0,0003	13E-06	0,0001	8,9E-06	0,0002	9,5E-06
0,0003	13E-06	0,0002	8,9E-06	0,0002	9,5E-06
0,0003	16E-06	0,0002	11,1E-06	0,0002	12E-06
0,0003	16E-06	0,0002	11,1E-06	0,0002	12E-06
0,0003	16E-06	0,0002	11,1E-06	0,0002	12E-06
0,0004	16E-06	0,0002	11,1E-06	0,0003	12E-06
0,0004	0,00002	0,0002	13,3E-06	0,0003	14E-06
0,0004	0,00002	0,0003	13,3E-06	0,0003	14E-06

0,0004	0,00002	0,0003	13E-06	0,0002	14E-06
0,0005	23E-06	0,0003	15E-06	0,0003	17E-06
0,0005	23E-06	0,0003	15E-06	0,0003	17E-06
0,0005	26E-06	0,0003	17E-06	0,0003	19E-06
0,0005	26E-06	0,0004	17E-06	0,0004	19E-06
0,0006	0,00003	0,0004	0,00002	0,0004	21E-06
0,0006	0,00003	0,0004	0,00002	0,0004	21E-06
0,0006	0,00003	0,0004	0,00002	0,0004	21E-06
0,0007	33E-06	0,0004	22E-06	0,0005	24E-06
0,0007	33E-06	0,0005	22E-06	0,0005	24E-06
0,0007	36E-06	0,0005	24E-06	0,0005	26E-06
0,0008	36E-06	0,0005	24E-06	0,0005	26E-06
0,0008	0,00004	0,0005	26E-06	0,0005	28E-06
0,0008	43E-06	0,0006	28E-06	0,0006	30E-06
0,0009	43E-06	0,0006	28E-06	0,0006	30E-06
0,0009	47E-06	0,0006	31E-06	0,0006	33E-06
0,0009	47E-06	0,0006	31E-06	0,0007	33E-06
0,0009	0,00005	0,0007	33E-06	0,0007	35E-06
0,0010	53E-06	0,0007	35E-06	0,0008	38E-06
0,0011	57E-06	0,0007	37E-06	0,0008	40E-06
0,0012	0,00006	0,0008	0,00004	0,0008	43E-06
0,0012	63E-06	0,0008	42E-06	0,0009	45E-06
0,0013	66E-06	0,0009	44E-06	0,0009	47E-06
0,0014	73E-06	0,0009	48E-06	0,0009	52E-06
0,0014	76E-06	0,0009	51E-06	0,0010	54E-06
0,0015	83E-06	0,0010	55E-06	0,0011	59E-06
0,0016	86E-06	0,0011	57E-06	0,0012	62E-06
0,0017	93E-06	0,0011	62E-06	0,0012	66E-06
0,0018	96E-06	0,0012	64E-06	0,0013	69E-06
0,0019	0,0001	0,0013	71E-06	0,0014	76E-06
0,0020	0,0001	0,0013	73E-06	0,0014	78E-06
0,0021	0,0001	0,0014	77E-06	0,0015	83E-06
0,0022	0,0001	0,0015	82E-06	0,0015	88E-06
0,0023	0,0001	0,0015	86E-06	0,0016	92E-06
0,0024	0,0001	0,0016	91E-06	0,0017	97E-06
0,0026	0,0001	0,0017	97E-06	0,0018	0,0001
0,0027	0,0001	0,0018	0,0001	0,0019	0,0001
0,0028	0,0002	0,0019	0,0001	0,0020	0,0001
0,0029	0,0001	0,0019	0,0001	0,0021	0,0001
0,0031	0,0002	0,0020	0,0001	0,0022	0,0001
0,0032	0,0002	0,0021	0,0001	0,0023	0,0001

0,0034	0,0002	0,0022	0,0001	0,0024	0,0001
0,0035	0,0002	0,0023	0,0001	0,0025	0,0001
0,0037	0,0002	0,0024	0,0001	0,0026	0,0001
0,0038	0,0002	0,0026	0,0001	0,0027	0,0001
0,0040	0,0002	0,0027	0,0001	0,0028	0,0001
0,0041	0,0002	0,0028	0,0001	0,0029	0,0001
0,0043	0,0002	0,0029	0,0001	0,0030	0,0001
0,0045	0,0002	0,0030	0,0001	0,0032	0,0001
0,0046	0,0002	0,0031	0,0001	0,0033	0,0002
0,0048	0,0002	0,0032	0,0001	0,0034	0,0002
0,0049	0,0003	0,0033	0,0002	0,0035	0,0002
0,0051	0,0003	0,0034	0,0002	0,0036	0,0002
0,0053	0,0003	0,0035	0,0002	0,0037	0,0002
0,0054	0,0003	0,0036	0,0002	0,0039	0,0002
0,0056	0,0003	0,0037	0,0002	0,0040	0,0002

Tabla D.1 Esfuerzo y Deformación Unitaria para la viga real y las vigas reducidas a 1.5 y 1.4

ESCALAS					
1,3		1,25		1,2	
Esfuerzo [GPa]	Deformación Unitaria [mm]	Esfuerzo [GPa]	Deformación Unitaria [mm]	Esfuerzo [GPa]	Deformación Unitaria [mm]
0	0	0	0	0	0
1,4E-06	0	15E-06	0	15E-06	0
2,8E-06	2,5E-06	30E-06	2,6E-06	31E-06	2,7E-06
2,8E-06	0	30E-06	0	31E-06	0
4,2E-06	2,5E-06	45E-06	2,6E-06	46E-06	2,7E-06
4,2E-06	2,5E-06	45E-06	2,6E-06	46E-06	2,7E-06
5,7E-06	2,5E-06	60E-06	2,6E-06	62E-06	2,7E-06
7,1E-06	2,5E-06	75E-06	2,6E-06	77E-06	2,7E-06
8,5E-06	2,5E-06	90E-06	2,6E-06	93E-06	2,7E-06
8,5E-06	5,1E-06	90E-06	5,3E-06	93E-06	5,5E-06
9,9E-06	5,1E-06	0,0001	5,3E-06	0,0001	5,5E-06
9,9E-06	5,1E-06	0,0001	5,3E-06	0,0001	5,5E-06
0,0001	5,1E-06	0,0001	5,3E-06	0,0001	5,5E-06
0,0001	5,1E-06	0,0001	5,3E-06	0,0001	5,5E-06
0,0001	7,6E-06	0,0001	0,000008	0,0001	8,3E-06
0,0001	7,6E-06	0,0001	0,000008	0,0001	8,3E-06
0,0001	7,6E-06	0,0001	0,000008	0,0001	8,3E-06
0,0001	7,6E-06	0,0001	0,000008	0,0001	8,3E-06

0,0001	7,6E-06	0,0001	0,000008	0,0001	8,3E-06
0,0001	7,6E-06	0,0001	0,000008	0,0001	8,3E-06
0,0001	10E-06	0,0001	10E-06	0,0002	11 E-06
0,0002	10E-06	0,0002	10E-06	0,0002	11E-06
0,0002	10E-06	0,0002	10E-06	0,0002	11E-06
0,0002	12E-06	0,0002	13E-06	0,0002	13-06
0,0002	12E-06	0,0002	13E-06	0,0002	13E-06
0,0002	12E-06	0,0002	13E-06	0,0002	13E-06
0,0002	12E-06	0,0002	13E-06	0,0002	13E-06
0,0002	15E-06	0,0002	0,00001	0,0002	16E-06
0,0002	15E-06	0,0003	0,00001	0,0003	16E-06
0,0003	15E-06	0,0003	0,00001	0,0003	16E-06
0,0003	18E-06	0,0003	18E-06	0,0003	19E-06
0,0003	18E-06	0,0003	18E-06	0,0003	19E-06
0,0003	20E-06	0,0004	21E-06	0,0004	22E-06
0,0003	20E-06	0,0004	21E-06	0,0004	22E-06
0,0004	23E-06	0,0004	0,00002	0,0004	0,00002
0,0004	23E-06	0,0004	0,00002	0,0004	0,00002
0,0004	23E-06	0,0004	0,00002	0,0005	0,00002
0,0004	26E-06	0,00055	26E-06	0,0005	27E-06
0,0005	26E-06	0,0005	26E-06	0,0005	27E-06
0,0005	28E-06	0,0005	29E-06	0,0005	30E-06
0,0005	28E-06	0,0006	29E-06	0,0006	30E-06
0,0005	30E-06	0,0006	0,00003	0,0006	33E-06
0,0006	33E-06	0,0006	34E-06	0,0006	36E-06
0,0006	33E-06	0,0006	34E-06	0,0007	36E-06
0,0006	35E-06	0,0007	37E-06	0,0007	8E-06
0,0007	35E-06	0,0007	37E-06	0,0007	38E-06
0,0007	38E-06	0,0007	0,00004	0,0008	42E-06
0,0007	41E-06	0,0008	43E-06	0,0008	44E-06
0,0008	43E-06	0,0008	46E-06	0,0009	47E-06
0,0008	46E-06	0,0009	0,00004	0,0009	0,00005
0,0009	48E-06	0,0009	50E-06	0,0010	52E-06
0,0009	51E-06	0,0010	53E-06	0,0010	55E-06
0,0010	56E-06	0,0010	58E-06	0,0011	61E-06
0,0010	58E-06	0,0010	61E-06	0,0012	63E-06
0,0011	64E-06	0,0012	66E-06	0,0012	69E-06
0,0012	66E-06	0,0013	69E-06	0,0013	72E-06
0,0012	71E-06	0,0013	74E-06	0,0014	77E-06
0,0013	74E-06	0,0014	77E-06	0,0014	80E-06
0,0014	82E-06	0,0015	85E-06	0,0015	88E-06

0,0015	84E-06	0,0016	0,00008	0,0016	91E-06
0,0016	89E-06	0,0017	93E-06	0,0017	97E-06
0,0016	94E-06	0,0017	98E-06	0,0018	0,0001
0,0017	0,0001	0,0018	0,0001	0,0019	0,0001
0,0018	0,0001	0,0019	0,0001	0,0020	0,0001
0,0019	0,0001	0,0020	0,0001	0,0021	0,0001
0,0020	0,0001	0,0021	0,0001	0,0022	0,0001
0,0021	0,0001	0,0022	0,0001	0,0023	0,0001
0,0022	0,0001	0,0022	0,0001	0,0024	0,0001
0,0023	0,0001	0,0025	0,0001	0,0025	0,0001
0,0024	0,0001	0,0026	0,0001	0,0027	0,0001
0,0025	0,0001	0,0027	0,0001	0,0028	0,0001
0,0026	0,0001	0,0028	0,0001	0,0029	0,0001
0,0028	0,0001	0,0029	0,0001	0,0030	0,0001
0,0029	0,0001	0,0030	0,0001	0,0031	0,0001
0,0030	0,0001	0,0032	0,0001	0,0033	0,0002
0,0031	0,0001	0,0033	0,0002	0,0034	0,0002
0,0032	0,0002	0,0033	0,0002	0,0035	0,0002
0,0034	0,0002	0,0036	0,0002	0,0037	0,0002
0,0035	0,0002	0,0037	0,0002	0,0038	0,0002
0,0036	0,0002	0,0038	0,0002	0,0039	0,0002
0,0037	0,0002	0,0039	0,0002	0,0041	0,0002
0,0038	0,0002	0,0041	0,0002	0,0042	0,0002
0,0040	0,0002	0,0042	0,0002	0,0043	0,0002
0,0041	0,0002	0,0043	0,0002	0,0045	0,0002
0,0042	0,0002	0,0045	0,0002	0,0046	0,0003

Tabla D.2 Esfuerzo y Deformación Unitaria para la viga reducida 1.3, 1.25 y 1.2

Estos datos son utilizados para determinación de las gráficas esfuerzo – deformación unitaria, las cuales se encuentran en el capítulo 3.

REGISTRO FOTOGRÁFICO

La máquina utilizada para determinar las deformaciones unitarias es la TDS – 530 del laboratorio de resistencia de materiales de Universidad Pontificia Bolivariana.



Imagen No.D1:
Especimen



Imagen No.D2:
Deformimetro
Utilizado



Imagen No.D3:
Maquina



Imagen No.D4:
Maquina TDS - 530



Imagen No.D5:
Maquina TDS - 530